Code 102 — II - Test

Model Answer

N K SHARMA
GPC Alwar (Sr. lecturer)

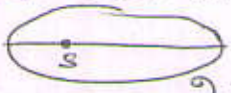
Q-1 केपलर के ग्रहीय गति के नियम दिये।

Ans. केपलर द्वारा ग्रहीय गति के तीन नियम ~~[illegible]~~ दिये गये।

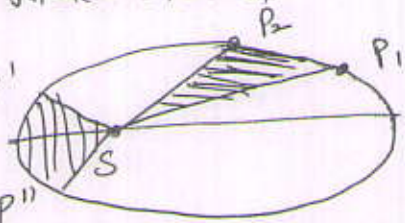
(i) कक्षा की आकृति का नियम (law of ~~[illegible]~~ shape of orbit)

प्रत्येक ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार (Elliptical orbit) कक्ष में चक्कर लगाते हैं तथा सूर्य उसके फोकस बिन्दु पर स्थित होता है।

(ii) क्षेत्रफल नियम (law of Areal velocity), सूर्य से ग्रह को मिलाने वाली सीधी/काल्पनिक रेखा को त्रिज्य सदिश (Radius-vector) कहते हैं।



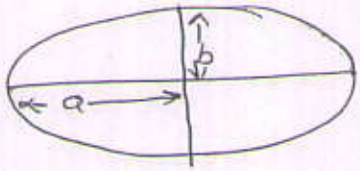
"त्रिज्य-सदिश द्वारा समान समयान्तराल में प्रसर्पित (sweep) किया गया क्षेत्रफल समान या नियत होता है।"



$$\frac{dA}{dt} = \frac{\Delta P_1 S P_2}{\Delta t} = \frac{\Delta P' S P''}{\Delta t} = \text{Const.}$$

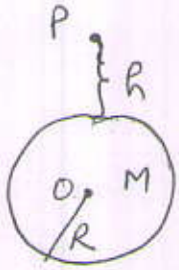
(iii) किसी ग्रह के आवर्तकाल का वर्ग उसके कक्ष के अर्द्ध-दीर्घ अक्ष (semi major axis) के घन के समानुपाती होता है।

$$T^2 \propto a^3 \qquad \boxed{T^2 = Ka^3}$$



II Part 'g' में परिवर्तन ऊँचाई के साथ (variation in 'g' with altitude)

माना पृथ्वी की सतह से 'h' ऊँचाई पर 'P' बिन्दु है यहाँ गुरुत्वीय त्वरण का मान 'g_h' है।



M → पृथ्वी का द्रव्यमान
R → पृथ्वी की त्रिज्या

यदि 'm' द्रव्यमान की वस्तु (object) 'P' बिन्दु पर रखी है

गुरुत्वाकर्षण के नियम से;

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{(R+h)^2} \quad \text{——— (1)}$$

हम जानते हैं कि

$$F = m g_h \quad \text{——— (2)}$$

from eq. ① & ②

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \cdot g_h \qquad \because g = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}$$

$$\therefore g_h = \frac{g}{(1+h/R)^2} \quad \text{③} \qquad \boxed{g_h < g}$$

अर्थात् ऊँचाई पर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता है।

Using Binomial $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2}\cdot x^2 + \cdots$

$$g_h = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} = g\left[1 - 2\frac{h}{R} + \text{Neglecting higher Power}\right]$$

यदि If $h << R$ अर्थात् 'P' बिन्दु पृथ्वी की सतह के पास स्थित है

$$\boxed{g_h = g\left[1 - \frac{2h}{R}\right]} \quad \text{④}$$

Q-2 भू-स्थिर उपग्रह (Geostationary satellite).

वह कृत्रिम उपग्रह जो पृथ्वी से स्थिर दिखाई देता है। भू-स्थिर उपग्रह (Geostationary or geosynchronous) कहलाता है।

(i) भू-स्थिर उपग्रह लगभग 36000 km पृथ्वी की सतह से ऊपर स्थित होता है।

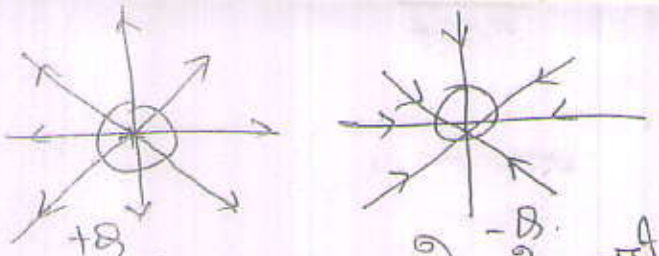
(ii) भू-स्थिर उपग्रह का आवर्तकाल $T = 24$ hr.

(iii) भू-स्थिर उपग्रह पश्चिम से पूर्व (west to east) घूमता है (in the same sense of earth rotation)

(iv) भू-स्थिर उपग्रह भू-मध्य रेखा से पारित तल में स्थित होता है। (Coplanar to equitorial Plane)

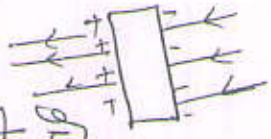
II-Part. विद्युत क्षेत्र में एकांक धन आवेश द्वारा तय मार्ग, के किसी बिन्दु पर खींची स्पर्श रेखा (tangent) उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की दिशा प्रदर्शित करती है।

(i) धन आवेश से विद्युत बल रेखाएँ त्रिज्य दिशा में बाहर की ओर (Radially outward) होती है, जबकि −ve आवेश से त्रिज्य दिशा में अन्दर की ओर होती है

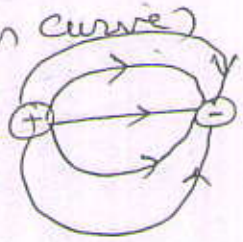


(ii) विद्युत बल रेखाएं एक दूसरे को नहीं काटती।

(iii) चालक के अन्दर से वि॰ बल॰ रेखाएं नहीं गुजरती है। तथा तल के लम्बवत् होती है।



(iv) द्विध्रुव में +ve से चलकर −ve पर खत्म हो जाती है। अर्थात् ~~[illegible]~~ एक खुले वक्र के समान होती है। (like open curve)



Q-3 किरचॉफ का विकिरण का नियम

(i) अच्छे अवशोषक, अच्छे उत्सर्जक होते है।
(Good Emitters are good absorbers).

or एकवर्णीय उत्सर्जन क्षमता व अवशोषण क्षमता का अनुपात (ratio) समान परिस्थिति में आदर्श कृष्णिका की एकवर्णीय उत्सर्जन (same temp. etc) क्षमता के बराबर या नियत होती है।

$$\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = E_\lambda = \text{Const.}$$

(ii) स्टीफन का नियम (stefan's law or fourth Power law)

किसी आदर्श कृष्णिका के एकांक क्षेत्रफल से एक सेकण्ड में उत्सर्जित विकिरण की मात्रा, उसके परम ताप की चतुर्थ घात (fourth Power) के समानुपाती होती है।

$E \propto T^4 \quad \therefore E = \sigma T^4$

$T \rightarrow$ परम ताप $\quad \sigma \rightarrow$ stefan's constant.

(iii) न्यूटन के शीतलन का नियम (Newton's cooling law).

Rate of cooling is directly proportional to temp. excess.

किसी वस्तु (या सतह) की शीतलन की दर, ताप आधिक्य के समानुपाती होती है।

$$\frac{d\theta}{dt} \propto -(\theta - \theta_0)$$

$\theta \rightarrow$ वस्तु का ताप

$\theta_0 \rightarrow$ वातावरण का ताप

iv $t_1 = 27^\circ c$, $t_2 = 127^\circ c$

$T_1 = 273+27$ $T_2 = 273+127$

$= 300 k$ $= 400 k$

$E_1 = \sigma (300)^4$ $E_2 = \sigma (400)^4$

$\therefore \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{300}{400}\right)^4 = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256}$.

उत्सर्जित विकिरण की मात्राओं का अनुपात $\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{81}{256}}$

Q-4 (I) पलायन वेग (Escape velocity)

यह वह न्यूनतम वेग (उध्वाधर) जिससे किस वस्तु को फेंका जाए ताकि वह गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से बाहर चली जाए या अनन्त पर पहुँच जाए।

माना 'm' द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी से 'v_e' वेग से उध्वाधर फेंका जाता है तथा यह वस्तु अनन्त पर पहुँच जाती है। पृथ्वी की सतह पर कुल यांत्रिक ऊर्जा

$$E = \frac{1}{2} m v_e^2 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) \quad \text{—(1)}$$

केवल अनन्त पर वस्तु पहुँचती है, तब कुल यांत्रिक ऊर्जा (P.E = 0) K.E = 0

$$E = 0 \quad \text{—(2)}$$

समी० (1) व (2)

$$\frac{1}{2} m v_e^2 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{GMm}{R} \qquad \therefore v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

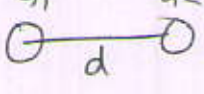
हम जानते है $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore V_e = \sqrt{2gR} \simeq 11.2 \text{ km/s}$$

पलायन वेग वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता।

II कूलाम का नियम (Coulomb's law) — किसी दो आवेशों के मध्य लगने वाला बल, आवेशों के गुणनफल के समानुपाती व दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। $F \propto Q_1 Q_2$

$F \propto \frac{1}{d^2}$



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

$\epsilon_0 \rightarrow$ निर्वात की विद्युतशीलता