

2019

APPLIED MATHEMATICS

निर्धारित समय : तीन घंटे]

[अधिकतम अंक : 70

Time allowed : Three Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच के उत्तर दीजिये ।

Note : Question No. 1 is compulsory, answer any FIVE questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये ।

Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये ।

Start each question on fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) $1 + i$ का मापांक ज्ञात कीजिए ।

Find the modulus of $1 + i$.

(ii) $\sin 750^\circ$ का मान लिखिए ।

Write the value of $\sin 750^\circ$.

(iii) यदि एक सारणिक की दो पंक्तियाँ एकसमान हों तो उसका मान ज्ञात कीजिए ।

If the two rows of a determinant are identical, then find the value of that determinant.

(iv) सरल रेखा $3x + 4y + 7 = 0$ का ढाल लिखिए ।

Write the slope of the line $3x + 4y + 7 = 0$.

(v) परवलय $y^2 = 8x$ की नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

Find the length of the latus rectum of the parabola $y^2 = 8x$.

(vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ का मान लिखिए ।

Write the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

(vii) $e^{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $e^{\sin x}$ w.r.t. x .

(viii) खण्डशः समाकलन $\int uv dx$ का सूत्र लिखिए।

Write the formulae of by parts integral $\int uv dx$.

(ix) रैखिक अवकल समीकरण का व्यापक रूप लिखिए।

Write the general form of linear differential equation.

(x) अदिश गुणनफल की परिभाषा लिखिए।

Write the definition of scalar product.

(1×10)

2. (i) बिन्दु (5, 5) की सरल रेखा $3x - 4y + 10 = 0$ से लम्बवत दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the perpendicular distance of the point (5, 5) to the line $3x - 4y + 10 = 0$.

(ii) यदि $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ तो $f(\tan \theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ then find the value of $f(\tan \theta)$.

(iii) यदि $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots \infty}}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots \infty}}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

(iv) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.

(v) यदि $\tan \alpha = \frac{3}{5}$ तो $\sin 2\alpha$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\tan \alpha = \frac{3}{5}$ then find the value of $\sin 2\alpha$.

(vi) यदि सदिश $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $4\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ परस्पर लम्बवत हो, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

If vectors $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $4\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are perpendicular to each other, then find the value of λ .

(2×6)

3. (i) सिद्ध कीजिए (Prove that)

$$\cos 10 \cos 30 \cos 50 \cos 70 = \frac{3}{16}$$

- (ii) क्रैमर के नियम से निम्न समीकरण निकाय हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 6, 2x + 4y + z = 7, 3x + 2y + 9z = 14$$

Solve the following system of equations by Cramer's rule :

$$x + 2y + 3z = 6, 2x + 4y + z = 7, 3x + 2y + 9z = 14.$$

(6×2)

4. (i) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए ।

Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- (ii) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (3, 4) से गुजरती है तथा रेखा $2x + 3y + 7 = 0$ के लम्बवत है ।

Find the equation of a line passing through the point (3, 4) and perpendicular to the line $2x + 3y + 7 = 0$.

(6×2)

5. (i) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, -2) तथा (4, -3) से गुजरता है तथा केन्द्र सरल रेखा $3x + 4y - 7 = 0$ पर स्थित है ।

Find the equation of a circle passing through the points (1, -2) and (4, -3) and its centre lies on the straight line $3x + 4y - 7 = 0$.

- (ii) निम्न फलन का $x = 2$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए :

Examine the continuity of following function at $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ x & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x^3}{4} & , 2 \leq x \end{cases}$$

(6×2)

P.T.O.

6. (i) बिन्दु $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ से होकर जाने वाले बल $3\hat{i} + \hat{k}$ का बिन्दु $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के सापेक्ष आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

A force $3\hat{i} + \hat{k}$ is passing through the point $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$. Find the moment of force with respect to the point $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

- (ii) $x^x + (\sin x)^x$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $x^x + (\sin x)^x$ w.r.t. x .

(6×2)

7. निम्न समाकलन हल कीजिए :

Solve the following integrals.

(i) $\int \frac{\cos x}{\cos(x + \alpha)} dx$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\sin x + \cos x}$

(6×2)

8. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

Solve the following differential equations :

(i) $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x$.

(ii) $(D^2 - 5D + 6)y = \sin 4x$.

(6×2)