

2018

APPLIED MATHEMATICS

निर्धारित समय : तीन घंटे]

[अधिकतम अंक : 70

Time allowed : Three Hours]

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच के उत्तर दीजिये ।

Note : Question No. 1 is compulsory, answer any FIVE questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये ।

Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये ।

Start each question on fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) वृत्त $x^2 + y^2 + 12x = 0$ के केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिये ।

Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 + 12x = 0$. (2)

(ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ को हल कीजिये ।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$. (2)

(iii) सम्मिश्र संख्या i का मापांक एवं कोणांक ज्ञात कीजिये ।

Find the modulus and argument of the complex number i . (2)

(iv) $e^{3 \log_e x}$ का समाकलन ज्ञात कीजिये ।

Find the integral of $e^{3 \log_e x}$. (2)

(1 of 4)

P.T.O.

(v) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिये ।

Find the projection of vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ on vector $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. (2)

2. (i) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये जो मूल बिन्दु से गुजरे तथा अक्षों के धनात्मक भागों से क्रमशः 3 तथा 4 के बराबर अन्तः खण्ड काटे ।

Find the equation of the circle which passes through the origin and cuts-off intercepts 3 and 4 from the positive parts of the axes respectively. (6)

(ii) सिद्ध कीजिये : $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$

Prove that : $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$. (6)

3. (i) प्रतिलोम मैट्रिक्स का प्रयोग कर निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिये :

Solve the following system of equations using inverse matrix :

$$x + y + z = 2; x + 2y + 3z = 5; x + 3y + z = 0 \quad (6)$$

(ii) a तथा b के मान ज्ञात कीजिये यदि निम्न फलन $x = 1$ पर सतत् हो ।

Find the value of a and b if the following function is continuous at $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x > 1 \\ b & , x = 1 \\ 5x - 2 & , x < 1 \end{cases} \quad (6)$$

4. (i) सिद्ध कीजिये :

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \quad (6)$$

- (ii) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दु $(1, -2)$ से गुजरती है एवं सरल रेखा $7x - 4y + 2 = 0$ के समान्तर है।

Find the equation of a line passing through $(1, -2)$ and parallel to the line $7x - 4y + 2 = 0$. (6)

5. (i) यदि $x^2 + y^2 = t - \frac{1}{t}$ तथा $x^4 + y^4 = t^2 + \frac{1}{t^2}$, तो सिद्ध कीजिये कि $x \frac{dy}{dx} + y = 0$.

If $x^2 + y^2 = t - \frac{1}{t}$ and $x^4 + y^4 = t^2 + \frac{1}{t^2}$, then prove that $x \frac{dy}{dx} + y = 0$ (6)

- (ii) 6 मीटर लम्बा एक व्यक्ति 20 मीटर ऊँचे प्रकाश स्रोत से 3.5 मीटर/सेकण्ड की दर से दूर जा रहा है। उसकी छाया में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिये।

A man 6 m height moves directly away from a lamp post 20 m high at the rate of 3.5 m/sec. How fast does the length of his shadow change? (6)

6. निम्न समाकलन हल कीजिये :

Solve the following integrals :

(i) $\int \sin^{-1}x \, dx$ (6)

(ii) $\int \sin^3x \cos^2x \, dx$ (6)

7. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिये :

Solve the following differential equations :

(i) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$ (6)

(ii) $(D^2 - 3D + 2)y = e^{5x}$ (6)

8. (i) मान ज्ञात कीजिये :

Find the value :

(6)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan x}$$

(ii) λ के किस मान के लिए सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ समतलीय होंगे ?

For what value of λ , vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar ?

(6)